

联合时延-多普勒-角度的无源雷达 目标定位凸优化算法

杨 静^{1,2}, 刘成城^{1*}, 黄 洁¹, 李 霞³

(1. 中国人民解放军战略支援部队信息工程大学数据与目标工程学院, 河南郑州 450001;
2. 中国人民解放军32738部队, 河南郑州 450001; 3. 中国人民解放军78090部队, 四川成都 610000)

摘要: 针对分布式多输入多输出雷达中联合时延-多普勒-角度测量的运动目标定位问题, 提出了一种基于半正定松弛的凸优化定位算法, 改善了测量误差较大时定位误差偏离克拉美罗界的阈值效应。首先, 将定位问题表述为最大似然估计问题, 通过引入辅助变量将定位问题转化为带约束的加权最小二乘优化问题, 然后使用半正定松弛技术, 转化为半正定规划凸问题, 并采用内点法对该凸问题求解得到目标位置和速度估计。由于凸优化问题的局部最优解就是全局最优解, 本文算法具有良好的全局收敛性。仿真结果表明, 与现有算法相比, 本文算法的定位误差逼近克拉美罗下界, 在大测量误差水平下的定位精度和稳健性优于现有算法。

关键词: 分布式MIMO雷达; 角度; 时延; 多普勒频率; 半正定松弛

基金项目: 国家自然科学基金(No.62071490); 河南省自然科学基金(No.212300410095)

中图分类号: TN958.97 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2024)06-2091-12

电子学报URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20221276

Convex Solution for Target Localization in Passive MIMO Radar Using Delay, Doppler and Angle Measurements

YANG Jing^{1,2}, LIU Cheng-cheng^{1*}, HUANG Jie¹, LI Xia³

(1. School of Data and Target Engineering, PLA Strategic Support Force Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450001, China;

2. Unit 32738 of PLA, Zhengzhou, Henan 450001, China;

3. Unit 78090 of PLA, Chengdu, Sichuan 610000, China)

Abstract: A convex-optimum localization algorithm based on semidefinite relaxation is proposed for moving target localization from time delay, Doppler shift and angle of arrival measurements in distributed multiple-input multiple-output radar. This algorithm alleviates the threshold effect that the positioning error deviates from the Cramer-Rao lower bound (CRLB) when the measurement error is large. First, the localization problem is formulated as a maximum likelihood estimation problem, which is reformulated as a weighted least squares problem with constraints by introducing auxiliary variables and then a convex semidefinite programming (SDP) problem by performing semidefinite relaxation. The SDP problem is solved efficiently by using the interior-point method to obtain the target position and velocity estimates. Since the local optimal solution of the convex optimization problem is the global optimal solution, the proposed algorithm has good global convergence. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm approaches the CRLB, and achieves higher localization accuracy and robustness than existing algorithms at relatively large measurement noise levels.

Key words: distributed MIMO radar; angle of arrival; time delay; Doppler shift; semidefinite relaxation

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.62071490); Natural Science Outstanding Youth Foundation of Henan Province (No.212300410095)

1 引言

多输入-多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)雷达系统采用多个发射单元同步发送不同波形,并利用多个接收单元收集目标反射信号,从而实现目标探测和定位^[1]. 由于其在提高分辨率、克服信道衰减和干扰拦截等方面的巨大潜力,MIMO雷达近年来成为学术界的一个研究热点. 一般来说,根据天线分布方式的不同,MIMO雷达可以划分为集中式MIMO雷达^[2]和分布式MIMO雷达^[3],其中分布式MIMO雷达中广泛分布的天线,可以增加空间多样性,从而提高目标探测和定位的性能. 本文针对分布式MIMO雷达中的目标定位问题进行研究.

近年来,分布式MIMO雷达系统中的目标定位问题受到学术界持续关注,公开文献中出现了很多论述^[4-16]. 目标回波信号到达接收单元的时延(Time Delay, TD)、多普勒频移(Doppler Shift, DS)以及角度(Angle Of Arrival, AOA)是分布式MIMO雷达中的常用定位参数. 目前,现有研究多集中于利用上述定位参数中的一种(仅TD定位^[4-7])或两种(联合TD-AOA定位^[8-10]、联合TD-DS定位^[11-16])来定位目标. 与之相比,联合TD-DS-AOA三种类型测量的定位方法可以同时得到目标位置和速度估计,并且理论上具有更高的定位精度和稳健性. 因此,为了充分实现分布式MIMO雷达系统的效能,一些联合TD-DS-AOA的分布式MIMO雷达目标定位问题开始得到关注,并发展出一些有效算法.

Li W等在文献[17]中根据不同的接收单元,将TD-DS-AOA测量分为若干组,然后对于每一组TD-DS-AOA测量,采用文献[18]中经典的多步加权最小二乘(multi-stage Weighted Least Squares, mWLS)思想,分别独立得到目标位置和速度估计值,最后,这些来自不同组的估计结果通过线性加权融合起来,产生目标位置和速度的最终估计结果. Li W等基于分组的多步加权最小二乘估计算法建立在各组TD-DS-AOA测量误差独立的假设前提下,而这一假设在实际中很难满足,导致算法定位误差增大. Yang L等在文献[19]中提出了一种无需分组的多步加权最小二乘代数解算法,其通过同时引入多个辅助参数,将全部TD-DS-AOA测量方程转化为一组伪线性矩阵方程,然后利用mWLS思想从方程中得到目标位置和速度估计. 仿真实验证明Yang L等基于mWLS的代数解算法可在足够小的测量误差条件下,估计精度达到克拉美罗下界(Cramér-Rao Lower Bound, CRLB),但是多步加权最小二乘处理受到步间误差传递的影响,导致算法对于测量误差敏感,抗噪性能不佳. 为此,Wei Y等在文献[20]中将角度信息融入时延和多普勒测量方程

中,实现TD-DS-AOA测量方程的完全线性化,继而利用一步加权最小二乘得到目标位置和速度估计,避免了步间误差传递的影响. 仿真结果表明,Wei Y等基于一歩加权最小二乘的代数解算法在小测量误差条件下,可以达到目标位置和速度估计的CRLB. 然而,随着测量误差的增大,该类算法的定位误差将出现偏离CRLB的阈值效应,导致算法定位性能降低.

凸松弛技术可将非凸优化问题转化为凸优化问题,继而在精确松弛的前提下获得原问题的全局最优解. 近年来,凸松弛技术已应用至信号处理的许多领域,如辐射源和传感器网络定位^[21]、MIMO检测^[22],以及波束成形^[23]等,被证明在处理大噪声条件下的参数估计问题时具有良好的稳健性. 本文针对联合TD-DS-AOA的分布式MIMO雷达目标定位问题,提出了一种基于半正定松弛的凸优化定位算法. 首先根据最大似然估计准则将定位问题建立一个非凸约束的二次问题,然后通过引入辅助变量和采用半定式松弛(Semi-Definite Relaxation, SDR)技术,将上述非凸问题转化为凸优化问题,最后使用MATLAB工具箱CVX3.0进行求解^[24],其中求解器为SeDuMi^[25]. 仿真实验结果显示,本文算法的定位性能优于现有算法,并可在相对较高的测量误差水平下达到CRLB.

2 定位模型

如图1所示,考虑一个具有 N_t 个发射单元和 N_r 个接收单元的分布式MIMO雷达系统,用于三维空间中一个运动目标的定位. 分布式MIMO雷达第 i 个发射单元和第 j 个接收单元的位置坐标分别记为 $\mathbf{s}_{t,i}=[x_{t,i}, y_{t,i}, z_{t,i}]^T$ 和 $\mathbf{s}_{r,j}=[x_{r,j}, y_{r,j}, z_{r,j}]^T$,速度分别记为 $\dot{\mathbf{s}}_{t,i}=[\dot{x}_{t,i}, \dot{y}_{t,i}, \dot{z}_{t,i}]^T$ 和 $\dot{\mathbf{s}}_{r,j}=[\dot{x}_{r,j}, \dot{y}_{r,j}, \dot{z}_{r,j}]^T$,其中 $i=1, 2, \dots, N_t, j=1, 2, \dots, N_r$. 待定位的目标位置为 $\mathbf{u}^\circ=[x^\circ, y^\circ, z^\circ]^T$,速度为 $\dot{\mathbf{u}}^\circ=[\dot{x}^\circ, \dot{y}^\circ, \dot{z}^\circ]^T$. 每个接收单元通过本地处理提取 N_t 个TD, N_t 个DS,以及1对AOA(1个方位角和1个俯仰角)测量值,然后,各个接收单元的全部TD-DS-AOA测量值被发送至融合中心进行集中定位.

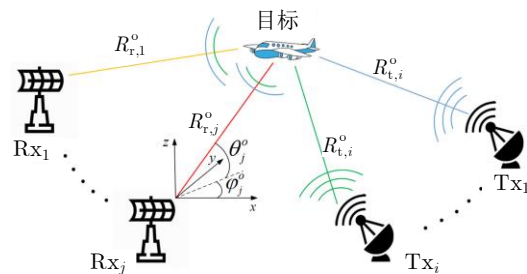


图1 分布式MIMO雷达定位场景

将发射单元 i -接收单元 j 对应的 TD 乘以信号传播速度,再加上发射单元 i -接收单元 j 之间的距离 $\|s_{t,i} - s_{r,j}\|$,即可得到双基地距离 $r_{i,j}^o$,其数学表示为

$$r_{i,j}^o = R_{t,i}^o + R_{r,j}^o \quad (1)$$

其中,

$$R_{t,i}^o = \|u^o - s_{t,i}\| \quad (2)$$

$$R_{r,j}^o = \|u^o - s_{r,j}\| \quad (3)$$

类似地,将发射单元 i -接收单元 j 对应的 DS 乘以信号波长,加上发射单元 i -接收单元 j 之间的距离变化率 $(s_{t,i} - s_{r,j})^T (\dot{s}_{t,i} - \dot{s}_{r,j}) / \|s_{t,i} - s_{r,j}\|$,即可得到双基地距离变化率 $\dot{r}_{i,j}^o$,其可以表示为

$$\dot{r}_{i,j}^o = \dot{R}_{t,i}^o + \dot{R}_{r,j}^o \quad (4)$$

其中,

$$\dot{R}_{t,i}^o = \frac{(u^o - s_{t,i})^T (\dot{u}^o - \dot{s}_{t,i})}{R_{t,i}^o} \quad (5)$$

$$\dot{R}_{r,j}^o = \frac{(u^o - s_{r,j})^T (\dot{u}^o - \dot{s}_{r,j})}{R_{r,j}^o} \quad (6)$$

而且,每个接收单元还可测量得到 1 个方位角 $\varphi_j^o \in (-\pi, \pi)$ 和 1 个俯仰角 $\theta_j^o \in (-\pi/2, \pi/2)$,分别可以表示为

$$\varphi_j^o = \arctan\left(\frac{y^o - y_{r,j}}{x^o - x_{r,j}}\right) \quad (7)$$

$$\theta_j^o = \arctan\left[\frac{z^o - z_{r,j}}{(x^o - x_{r,j})\cos(\varphi_j^o) + (y^o - y_{r,j})\sin(\varphi_j^o)}\right] \quad (8)$$

其中, $\arctan(\cdot)$ 表示四象限反正切函数.

由于传感器的测量精度有限,TD-DS-AOA 的真实值无法获得,实际中只能获得其含有误差的测量值.这些含有误差的 TD-DS-AOA 测量值分别可以建模为

$$r_{i,j} = r_{i,j}^o + \Delta r_{i,j} \quad (9)$$

$$\dot{r}_{i,j} = \dot{r}_{i,j}^o + \Delta \dot{r}_{i,j} \quad (10)$$

$$\varphi_j = \varphi_j^o + \Delta \varphi_j \quad (11)$$

$$\theta_j = \theta_j^o + \Delta \theta_j \quad (12)$$

其中, $r_{i,j}$ 、 $\dot{r}_{i,j}$ 、 φ_j 、 θ_j 分别表示 TD、DS 和 AOA(方位角和俯仰角)的测量值, $\Delta r_{i,j}$ 、 $\Delta \dot{r}_{i,j}$ 、 $\Delta \varphi_j$ 、 $\Delta \theta_j$ 分别表示 TD、DS 和 AOA(方位角和俯仰角)的测量误差.将式(9)~(12)中 N_r 个接收单元对应的 $N_t N_r$ 个 TD、 $N_t N_r$ 个 DS、 $2N_r$ 个 AOA 的测量值、真实值、测量误差表示为如下的向量形式:

$$r = [r_1^T, r_2^T, \dots, r_{N_t}^T]^T, r_i = [r_{i,1}, r_{i,2}, \dots, r_{i,N_r}]^T$$

$$\dot{r} = [\dot{r}_1^T, \dot{r}_2^T, \dots, \dot{r}_{N_t}^T]^T, \dot{r}_i = [\dot{r}_{i,1}, \dot{r}_{i,2}, \dots, \dot{r}_{i,N_r}]^T \quad (13)$$

$$\varphi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{N_r}]^T, \theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{N_r}]^T$$

$$r^o = [(r_1^o)^T, (r_2^o)^T, \dots, (r_{N_t}^o)^T]^T, r_i^o = [r_{i,1}^o, r_{i,2}^o, \dots, r_{i,N_r}^o]^T$$

$$\dot{r}^o = [(\dot{r}_1^o)^T, (\dot{r}_2^o)^T, \dots, (\dot{r}_{N_t}^o)^T]^T, \dot{r}_i^o = [\dot{r}_{i,1}^o, \dot{r}_{i,2}^o, \dots, \dot{r}_{i,N_r}^o]^T \quad (14)$$

$$\varphi^o = [\varphi_1^o, \varphi_2^o, \dots, \varphi_{N_r}^o]^T, \theta^o = [\theta_1^o, \theta_2^o, \dots, \theta_{N_r}^o]^T$$

$$\Delta r = [\Delta r_1^T, \Delta r_2^T, \dots, \Delta r_{N_t}^T]^T, \Delta r_i = [\Delta r_{i,1}, \Delta r_{i,2}, \dots, \Delta r_{i,N_r}]^T$$

$$\Delta \dot{r} = [\Delta \dot{r}_1^T, \Delta \dot{r}_2^T, \dots, \Delta \dot{r}_{N_t}^T]^T, \Delta \dot{r}_i = [\Delta \dot{r}_{i,1}, \Delta \dot{r}_{i,2}, \dots, \Delta \dot{r}_{i,N_r}]^T$$

$$\Delta \varphi = [\Delta \varphi_1, \Delta \varphi_2, \dots, \Delta \varphi_{N_r}]^T, \Delta \theta = [\Delta \theta_1, \Delta \theta_2, \dots, \Delta \theta_{N_r}]^T \quad (15)$$

进一步地,可将 TD、DS、AOA 三类测量方程合并整理为如下向量形式:

$$m = m^o + \Delta m \quad (16)$$

其中, $m = [r^T, \dot{r}^T, \varphi^T, \theta^T]^T$, 表示 TD-DS-AOA 测量值向量; $m^o = [(r^o)^T, (\dot{r}^o)^T, (\varphi^o)^T, (\theta^o)^T]^T$, 表示 TD-DS-AOA 真实值向量; $\Delta m = [\Delta r^T, \Delta \dot{r}^T, \Delta \varphi^T, \Delta \theta^T]^T$, 表示 TD-DS-AOA 测量误差向量,这里假定其为零均值高斯向量,协方差矩阵为 Q_m .与任何定位问题一样,本文的目的是利用 m 中的 TD-DS-AOA 测量值估计目标位置向量 u^o 和速度向量 \dot{u}^o .对于基于 TD-DS-AOA 的目标定位问题,理论上可以分别利用 TD-AOA 测量估计目标位置,然后利用 DS 测量估计目标速度.但是,目标位置和速度分别独立估计将导致无法利用全部的测量信息,从而在理论上就无法达到最优定位精度.因此,在下一节中,将设计定位算法,利用 TD-DS-AOA 测量对目标位置和速度进行联合估计.

3 基于 SDR 的凸优化定位算法

本节将为基于 TD-DS-AOA 测量的目标定位问题提供一种有效的凸优化算法.为此,将第一个接收单元 ($j=1$) 对应的式(1)中的 TD 测量方程重新整理为 $r_{i,1}^o - R_{r,1}^o = R_{t,i}^o$,然后将等式两侧平方,从而得到下式:

$$(r_{i,1}^o)^2 + s_{r,1}^T s_{r,1} - s_{t,i}^T s_{t,i} - 2(s_{r,1} - s_{t,i})^T u^o - 2r_{i,1}^o R_{r,1}^o = 0 \quad (17)$$

式中: $i=1, 2, \dots, N_t$; $j=1$.由于辅助变量 $R_{r,1}^o$ 是关于 u^o 的函数,式(17)是关于 u^o 和 $R_{r,1}^o$ 的伪线性方程.类似地,通过将 $R_{r,j}^o$ 作为辅助变量,也可以将其他接收单元 ($j=2, 3, \dots, N_r$) 对应的 TD 测量方程转换为伪线性方程.为了将定位问题表述为一个凸问题,需要将其其他辅助变量转换成第 1 个接收单元的辅助变量:

$$R_{r,j}^o = r_{i,j}^o - (r_{i,1}^o - R_{r,1}^o) \quad (18)$$

将式(18)等式两侧平方可得

$$(r_{i,j}^o - r_{i,1}^o)^2 + s_{r,1}^T s_{r,1} - s_{r,j}^T s_{r,j} - 2(s_{r,1} - s_{r,j})^T u^o + 2(r_{i,j}^o - r_{i,1}^o)R_{r,1}^o = 0 \quad (19)$$

其中, $i=1, 2, \dots, N_t$, $j=2, 3, \dots, N_r$.

通过定义向量 $\psi^o \triangleq [(u^o)^T, R_{r,1}^o, (\dot{u}^o)^T, \dot{R}_{r,1}^o]^T$, 式(17)

和(19)可表示为关于 $\boldsymbol{\psi}^\circ$ 的线性方程. 将对应于 $i=1, 2, \dots, N_t, j=1$ 的式(17), 以及对应于 $i=1, 2, \dots, N_t, j=2, 3, \dots, N_r$ 的式(19)合并为如下矩阵形式:

$$\mathbf{h}_r^\circ - \mathbf{G}_r^\circ \boldsymbol{\psi}^\circ = \mathbf{0}_{N_t N_r} \quad (20)$$

其中,

$$\begin{aligned} [\mathbf{h}_r^\circ]_{(i-1)N_r+1,1} &= (r_{i,1}^\circ)^2 + \mathbf{s}_{r,1}^\top \mathbf{s}_{r,1} - \mathbf{s}_{t,i}^\top \mathbf{s}_{t,i} \\ [\mathbf{h}_r^\circ]_{(i-1)N_r+j,1} &= (r_{i,j}^\circ - r_{i,1}^\circ)^2 + \mathbf{s}_{r,1}^\top \mathbf{s}_{r,1} - \mathbf{s}_{t,i}^\top \mathbf{s}_{t,j} \\ [\mathbf{G}_r^\circ]_{(i-1)N_r+1,:} &= [2(\mathbf{s}_{r,1} - \mathbf{s}_{t,i})^\top, 2r_{i,1}^\circ, \mathbf{0}_3^\top, 0] \\ [\mathbf{G}_r^\circ]_{(i-1)N_r+j,:} &= [2(\mathbf{s}_{r,1} - \mathbf{s}_{t,j})^\top, -2(r_{i,j}^\circ - r_{i,1}^\circ), \mathbf{0}_3^\top, 0] \end{aligned} \quad (21)$$

对式(17)和式(19)关于时间求导, 可将DS测量方程转化为如下伪线性形式:

$$\begin{aligned} r_{i,1}^\circ \dot{r}_{i,1}^\circ + \mathbf{s}_{r,1}^\top \dot{\mathbf{s}}_{r,1} - \mathbf{s}_{t,i}^\top \dot{\mathbf{s}}_{t,i} - (\dot{\mathbf{s}}_{r,1} - \dot{\mathbf{s}}_{t,i})^\top \mathbf{u}^\circ \\ - (\mathbf{s}_{r,1} - \mathbf{s}_{t,i})^\top \dot{\mathbf{u}}^\circ - \dot{r}_{i,1}^\circ R_{r,1}^\circ - r_{i,1}^\circ \dot{R}_{r,1}^\circ = 0 \quad (22) \\ (r_{i,j}^\circ - r_{i,1}^\circ)(\dot{r}_{i,j}^\circ - \dot{r}_{i,1}^\circ) + \mathbf{s}_{r,1}^\top \dot{\mathbf{s}}_{r,1} - \mathbf{s}_{t,i}^\top \dot{\mathbf{s}}_{t,j} - (\dot{\mathbf{s}}_{r,1} - \dot{\mathbf{s}}_{t,j})^\top \mathbf{u}^\circ \\ - (\mathbf{s}_{r,1} - \mathbf{s}_{t,j})^\top \dot{\mathbf{u}}^\circ + (\dot{r}_{i,j}^\circ - \dot{r}_{i,1}^\circ) R_{r,1}^\circ + (r_{i,j}^\circ - r_{i,1}^\circ) \dot{R}_{r,1}^\circ = 0 \quad (23) \end{aligned}$$

将 $i=1, 2, \dots, N_t, j=1$ 对应的式(22), 以及 $i=1, 2, \dots, N_t, j=2, 3, \dots, N_r$ 对应的式(23)合并为如下矩阵形式:

$$\mathbf{h}_r^\circ - \mathbf{G}_r^\circ \boldsymbol{\psi}^\circ = \mathbf{0}_{N_t N_r} \quad (24)$$

其中,

$$\begin{aligned} [\mathbf{h}_r^\circ]_{(i-1)N_r+1,1} &= r_{i,1}^\circ \dot{r}_{i,1}^\circ + \mathbf{s}_{r,1}^\top \dot{\mathbf{s}}_{r,1} - \mathbf{s}_{t,i}^\top \dot{\mathbf{s}}_{t,i} \\ [\mathbf{h}_r^\circ]_{(i-1)N_r+j,1} &= (r_{i,j}^\circ - r_{i,1}^\circ)(\dot{r}_{i,j}^\circ - \dot{r}_{i,1}^\circ) + \mathbf{s}_{r,1}^\top \dot{\mathbf{s}}_{r,1} - \mathbf{s}_{t,i}^\top \dot{\mathbf{s}}_{t,j} \\ [\mathbf{G}_r^\circ]_{(i-1)N_r+1,:} &= [(\dot{\mathbf{s}}_{r,1} - \dot{\mathbf{s}}_{t,i})^\top, \dot{r}_{i,1}^\circ, (\mathbf{s}_{r,1} - \mathbf{s}_{t,i})^\top, r_{i,1}^\circ] \\ [\mathbf{G}_r^\circ]_{(i-1)N_r+j,:} &= [(\dot{\mathbf{s}}_{r,1} - \dot{\mathbf{s}}_{t,j})^\top, -(\dot{r}_{i,j}^\circ - \dot{r}_{i,1}^\circ), (\mathbf{s}_{r,1} - \mathbf{s}_{t,j})^\top, -(r_{i,j}^\circ - r_{i,1}^\circ)] \end{aligned} \quad (25)$$

AOA测量方程也可用来进一步提高目标定位的准确性. 对式(7)和式(8)两侧取正切, 然后交叉相乘, 可以得到

$$(\boldsymbol{\alpha}_j^\circ)^\top (\mathbf{s}_{r,j} - \mathbf{u}^\circ) = 0 \quad (26)$$

$$(\boldsymbol{\beta}_j^\circ)^\top (\mathbf{s}_{r,j} - \mathbf{u}^\circ) = 0 \quad (27)$$

其中,

$$\boldsymbol{\alpha}_j^\circ = [-\sin(\varphi_j^\circ), \cos(\varphi_j^\circ), 0]^\top \quad (28)$$

$$\boldsymbol{\beta}_j^\circ = [-\sin(\theta_j^\circ) \cos(\varphi_j^\circ), -\sin(\theta_j^\circ) \sin(\varphi_j^\circ), \cos(\theta_j^\circ)]^\top \quad (29)$$

将 $j=1, 2, \dots, N_r$ 对应的式(26), (27)合并起来, 就可以得到两组关于 $\boldsymbol{\psi}^\circ$ 的线性方程为

$$\mathbf{h}_\varphi^\circ - \mathbf{G}_\varphi^\circ \boldsymbol{\psi}^\circ = \mathbf{0}_{N_r} \quad (30)$$

$$\mathbf{h}_\theta^\circ - \mathbf{G}_\theta^\circ \boldsymbol{\psi}^\circ = \mathbf{0}_{N_r} \quad (31)$$

其中,

$$\begin{aligned} [\mathbf{h}_\varphi^\circ]_{j,1} &= (\boldsymbol{\alpha}_j^\circ)^\top \mathbf{s}_{r,j} \\ [\mathbf{G}_\varphi^\circ]_{j,:} &= [(\boldsymbol{\alpha}_j^\circ)^\top, 0, \mathbf{0}_3^\top, 0] \\ [\mathbf{h}_\theta^\circ]_{j,1} &= (\boldsymbol{\beta}_j^\circ)^\top \mathbf{s}_{r,j} \\ [\mathbf{G}_\theta^\circ]_{j,:} &= [(\boldsymbol{\beta}_j^\circ)^\top, 0, \mathbf{0}_3^\top, 0] \end{aligned} \quad (32)$$

合并式(20), 式(24), 式(30)和式(31)中TD-DS-AOA三类测量转换的线性方程, 并以矩阵形式表示, 可得

$$\mathbf{h}^\circ - \mathbf{G}^\circ \boldsymbol{\psi}^\circ = \mathbf{0}_{2N_t N_r + 2N_r} \quad (33)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^\circ &= [(\mathbf{h}_r^\circ)^\top, (\mathbf{h}_\varphi^\circ)^\top, (\mathbf{h}_\theta^\circ)^\top, (\mathbf{h}_\theta^\circ)^\top]^\top \\ \mathbf{G}^\circ &= [(\mathbf{G}_r^\circ)^\top, (\mathbf{G}_\varphi^\circ)^\top, (\mathbf{G}_\theta^\circ)^\top, (\mathbf{G}_\theta^\circ)^\top]^\top \end{aligned} \quad (34)$$

很明显, 式(33)中的 \mathbf{h}° 和 \mathbf{G}° 取决于TD-DS-AOA的真实值; 然而, 只有含有误差的TD-DS-AOA测量值是可用的. 为此, 将 $r_{i,j}^\circ = r_{i,j} - \Delta r_{i,j}$, $\dot{r}_{i,j}^\circ = \dot{r}_{i,j} - \Delta \dot{r}_{i,j}$, $\varphi_j^\circ = \varphi_j - \Delta \varphi_j$, $\theta_j^\circ = \theta_j - \Delta \theta_j$ 代入式(33)并忽略二阶和更高阶误差项, 得到

$$\mathbf{h} - \mathbf{G} \boldsymbol{\psi}^\circ = \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \Delta \mathbf{m} \quad (35)$$

其中, \mathbf{h} 和 \mathbf{G} 分别是 \mathbf{h}° 和 \mathbf{G}° 中真实值 $r_{i,j}^\circ, \dot{r}_{i,j}^\circ, \varphi_j^\circ, \theta_j^\circ$ 替换相应测量值 $r_{i,j}, \dot{r}_{i,j}, \varphi_j, \theta_j$ 后得到的结果; $\boldsymbol{\varepsilon}$ 是相应的误差项; 矩阵 \mathbf{B} 为

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{r,r} & \mathbf{0}_{N_t N_r \times N_t N_r} & \mathbf{0}_{N_t N_r \times N_r} & \mathbf{0}_{N_t N_r \times N_r} \\ \mathbf{B}_{\dot{r},r} & \mathbf{B}_{\dot{r},\dot{r}} & \mathbf{0}_{N_t N_r \times N_r} & \mathbf{0}_{N_t N_r \times N_r} \\ \mathbf{0}_{N_t \times N_t N_r} & \mathbf{0}_{N_t \times N_t N_r} & \mathbf{B}_{\varphi,\varphi} & \mathbf{0}_{N_t \times N_r} \\ \mathbf{0}_{N_t \times N_t N_r} & \mathbf{0}_{N_t \times N_t N_r} & \mathbf{0}_{N_t \times N_r} & \mathbf{B}_{\theta,\theta} \end{bmatrix} \quad (36)$$

其中的分块矩阵可以进一步表示为

$$\begin{aligned} [\mathbf{B}_{r,r}]_{(i-1)N_r+1, (i-1)N_r+1} &= R_{t,i}^\circ \\ [\mathbf{B}_{r,r}]_{(i-1)N_r+j, (i-1)N_r+1} &= R_{r,j}^\circ \end{aligned} \quad (37)$$

$$[\mathbf{B}_{r,r}]_{(i-1)N_r+j, (i-1)N_r+j} = -R_{r,j}^\circ$$

$$[\mathbf{B}_{\dot{r},r}]_{(i-1)N_r+1, (i-1)N_r+1} = \dot{R}_{t,i}^\circ$$

$$[\mathbf{B}_{\dot{r},r}]_{(i-1)N_r+j, (i-1)N_r+1} = \dot{R}_{r,j}^\circ \quad (38)$$

$$[\mathbf{B}_{\dot{r},r}]_{(i-1)N_r+j, (i-1)N_r+j} = -\dot{R}_{r,j}^\circ$$

$$[\mathbf{B}_{\dot{r},\dot{r}}]_{(i-1)N_r+1, (i-1)N_r+1} = R_{t,i}^\circ$$

$$[\mathbf{B}_{\dot{r},\dot{r}}]_{(i-1)N_r+j, (i-1)N_r+1} = R_{r,j}^\circ \quad (39)$$

$$[\mathbf{B}_{\dot{r},\dot{r}}]_{(i-1)N_r+j, (i-1)N_r+j} = -R_{r,j}^\circ$$

$$[\mathbf{B}_{\varphi,\varphi}]_{j,j} = R_{r,j}^\circ \cos(\theta_j^\circ) \quad (40)$$

$$[B_{\theta,\theta}]_{j,j} = R_{r,j}^\circ \quad (41)$$

基于式(35)中的线性模型, ψ° 的最大似然估计可以写成以下约束优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\psi^\circ} & (\mathbf{h} - \mathbf{G}\psi^\circ)^\top \mathbf{W} (\mathbf{h} - \mathbf{G}\psi^\circ) \\ \text{s.t. } & \psi^\circ(4) = \|\psi^\circ(1:3) - \mathbf{s}_{r,1}\| \\ & \psi^\circ(8) = \frac{(\psi^\circ(1:3) - \mathbf{s}_{r,1})^\top (\psi^\circ(5:7) - \dot{\mathbf{s}}_{r,1})}{\psi^\circ(4)} \end{aligned} \quad (42)$$

其中,

$$\mathbf{W} = (\mathbf{B}\mathbf{Q}_m\mathbf{B}^\top)^{-1} \quad (43)$$

注意到式(42)中的约束优化问题本身并不是凸的,解算起来并不容易,但是可以采用凸松弛技术将其转化为凸问题进行解算. 为此,首先将式(42)中的目标函数表示为

$$(\mathbf{h} - \mathbf{G}\psi^\circ)^\top \mathbf{W} (\mathbf{h} - \mathbf{G}\psi^\circ) = \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} \Psi^\circ & \psi^\circ \\ (\psi^\circ)^\top & 1 \end{bmatrix} \mathbf{C} \right\} \quad (44)$$

其中,

$$\begin{aligned} \min_{\Psi^\circ, \psi^\circ} & \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} \Psi^\circ & \psi^\circ \\ (\psi^\circ)^\top & 1 \end{bmatrix} \mathbf{C} \right\} \\ \text{s.t. } & \Psi^\circ = \psi^\circ (\psi^\circ)^\top \\ & \Psi^\circ(4,4) = \text{tr} \{ \Psi^\circ(1:3,1:3) \} - 2\mathbf{s}_{r,1}^\top \psi^\circ(1:3) + \mathbf{s}_{r,1}^\top \mathbf{s}_{r,1} \\ & \Psi^\circ(4,8) = \text{tr} \{ \Psi^\circ(1:3,5:7) \} - \dot{\mathbf{s}}_{r,1}^\top \psi^\circ(1:3) - \mathbf{s}_{r,1}^\top \psi^\circ(5:7) + \mathbf{s}_{r,1}^\top \dot{\mathbf{s}}_{r,1} \\ & \Psi^\circ(8,8) \leq \text{tr} \{ \Psi^\circ(5:7,5:7) \} - 2\dot{\mathbf{s}}_{r,1}^\top \psi^\circ(4:6) + \dot{\mathbf{s}}_{r,1}^\top \dot{\mathbf{s}}_{r,1} \end{aligned} \quad (51)$$

注意到式(51)中约束优化问题的第一个约束条件 $\Psi^\circ = \psi^\circ (\psi^\circ)^\top$ 是非凸的. 为了将式(51)转换为一个凸的半正定规划(SemiDefinite Program, SDP)问题,应该松弛非凸的约束条件. 为此,约束条件 $\Psi^\circ = \psi^\circ (\psi^\circ)^\top$ 被松弛为如下的线性矩阵不等式:

$$\begin{aligned} \min_{\Psi^\circ, \psi^\circ} & \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} \Psi^\circ & \psi^\circ \\ (\psi^\circ)^\top & 1 \end{bmatrix} \mathbf{C} \right\} \\ \text{s.t. } & \Psi^\circ(4,4) = \text{tr} \{ \Psi^\circ(1:3,1:3) \} - 2\mathbf{s}_{r,1}^\top \psi^\circ(1:3) + \mathbf{s}_{r,1}^\top \mathbf{s}_{r,1} \\ & \Psi^\circ(4,8) = \text{tr} \{ \Psi^\circ(1:3,5:7) \} - \dot{\mathbf{s}}_{r,1}^\top \psi^\circ(1:3) - \mathbf{s}_{r,1}^\top \psi^\circ(5:7) + \mathbf{s}_{r,1}^\top \dot{\mathbf{s}}_{r,1} \\ & \Psi^\circ(8,8) \leq \text{tr} \{ \Psi^\circ(5:7,5:7) \} - 2\dot{\mathbf{s}}_{r,1}^\top \psi^\circ(5:7) + \dot{\mathbf{s}}_{r,1}^\top \dot{\mathbf{s}}_{r,1} \\ & \begin{bmatrix} \Psi^\circ & \psi^\circ \\ (\psi^\circ)^\top & 1 \end{bmatrix} \succeq 0 \end{aligned} \quad (53)$$

式(53)中的半正定规划问题可以通过内点法快速求解,这里采用MATLAB工具箱CVX进行求解^[24],其中求解器为SeDuMi^[25]. 式(53)中的目标函数通过 \mathbf{W} 依赖于目标位置和速度参数. 为了解决这个问题,首先设定 $\mathbf{W} = \mathbf{Q}_m^{-1}$, 并从式(53)得到目标的位置和速度估计为

$$\hat{\psi} = (\mathbf{G}^\top \mathbf{W} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^\top \mathbf{W} \mathbf{h} \quad (54)$$

然后,将估计的目标位置和速度代入 $\mathbf{W} =$

$$\Psi^\circ = \psi^\circ (\psi^\circ)^\top \quad (45)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^\top \mathbf{W} \mathbf{G} & -\mathbf{G}^\top \mathbf{W} \mathbf{h} \\ -\mathbf{h}^\top \mathbf{W} \mathbf{G} & \mathbf{h}^\top \mathbf{W} \mathbf{h} \end{bmatrix} \quad (46)$$

将式(42)中的约束条件表示为

$$\Psi^\circ(4,4) = \text{tr} \{ \Psi^\circ(1:3,1:3) \} - 2\mathbf{s}_{r,1}^\top \psi^\circ(1:3) + \mathbf{s}_{r,1}^\top \mathbf{s}_{r,1} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \Psi^\circ(4,8) = \text{tr} \{ \Psi^\circ(1:3,5:7) \} - 2\mathbf{s}_{r,1}^\top \psi^\circ(1:3) \\ - 2\mathbf{s}_{r,1}^\top \psi^\circ(5:7) + \mathbf{s}_{r,1}^\top \dot{\mathbf{s}}_{r,1} \end{aligned} \quad (48)$$

此外,根据柯西-施瓦茨不等式,得

$$\begin{aligned} |\psi^\circ(8)| & \leq \frac{\| \psi^\circ(1:3) - \mathbf{s}_{r,1} \| \| \psi^\circ(5:7) - \dot{\mathbf{s}}_{r,1} \|}{\| \psi^\circ(1:3) - \mathbf{s}_{r,1} \|} \\ & = \| \psi^\circ(5:7) - \dot{\mathbf{s}}_{r,1} \| \end{aligned} \quad (49)$$

在应用半正定松弛后,式(49)中的约束条件可收紧可行域. 式(49)可以等价地写为

$$\Psi^\circ(8,8) \leq \text{tr} \{ \Psi^\circ(5:7,5:7) \} - 2\dot{\mathbf{s}}_{r,1}^\top \psi^\circ(4:6) + \dot{\mathbf{s}}_{r,1}^\top \dot{\mathbf{s}}_{r,1} \quad (50)$$

至此,式(42)中的优化问题可以写成以下非凸优化问题:

$$\begin{bmatrix} \Psi^\circ & \psi^\circ \\ (\psi^\circ)^\top & 1 \end{bmatrix} \succeq 0 \quad (52)$$

那么,通过半正定松弛处理后,式(51)可以最终转化为如下的半正定规划问题:

$(\mathbf{B}\mathbf{Q}_m\mathbf{B}^\top)^{-1}$, 以计算更精确的加权矩阵 \mathbf{W} , 该加权矩阵将进一步用于计算式(53)中目标位置和速度. 这种近似方法在文献中很常见,而且性能下降可以忽略不计.

4 克拉美罗界分析

在本节中,推导所提算法的理论误差下界——CRLB. CRLB被广泛用作确定性参数无偏估计误差的理论下界. 对于第二节所述的定位问题,估计参数包含

目标位置 \mathbf{u}° 和速度 $\dot{\mathbf{u}}^\circ$, 这里将其合并为向量 $\boldsymbol{\eta}^\circ = [(\mathbf{u}^\circ)^\top, (\dot{\mathbf{u}}^\circ)^\top]^\top$. 在高斯测量误差模型下, 其对数形式的概率密度函数如下:

$$\ln p(\mathbf{m}|\boldsymbol{\eta}^\circ) = \kappa - \frac{1}{2}(\mathbf{m} - \mathbf{m}^\circ)^\top \mathbf{Q}_m^{-1}(\mathbf{m} - \mathbf{m}^\circ) \quad (55)$$

其中, κ 为常数. 基于式(55), $\boldsymbol{\eta}^\circ$ 的 CRLB 可以表示为

$$\begin{aligned} \text{CRLB}(\boldsymbol{\eta}^\circ) &= E \left[\left(\frac{\partial \ln p(\mathbf{m}|\boldsymbol{\eta}^\circ)}{\partial \boldsymbol{\eta}^\circ} \right)^\top \frac{\partial \ln p(\mathbf{m}|\boldsymbol{\eta}^\circ)}{\partial \boldsymbol{\eta}^\circ} \right] \\ &= \left(\frac{\partial \mathbf{m}^\circ}{\partial \boldsymbol{\eta}^\circ} \right)^\top \mathbf{Q}_m^{-1} \frac{\partial \mathbf{m}^\circ}{\partial \boldsymbol{\eta}^\circ} \end{aligned} \quad (56)$$

其中, $\frac{\partial \mathbf{m}^\circ}{\partial \boldsymbol{\eta}^\circ}$ 可以表示为

$$\frac{\partial \mathbf{m}^\circ}{\partial \boldsymbol{\eta}^\circ} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}^\circ}{\partial \mathbf{u}^\circ} & \mathbf{O}_{N_t \times 3} \\ \frac{\partial \boldsymbol{\theta}^\circ}{\partial \mathbf{u}^\circ} & \mathbf{O}_{N_t \times 3} \\ \frac{\partial \mathbf{r}^\circ}{\partial \mathbf{u}^\circ} & \mathbf{O}_{N_t N_r \times 3} \\ \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}^\circ}{\partial \mathbf{u}^\circ} & \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}^\circ}{\partial \dot{\mathbf{u}}^\circ} \end{bmatrix} \quad (57)$$

其中,

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}^\circ}{\partial \mathbf{u}^\circ} \right]_{j,:} &= \left[\frac{-(y^\circ - y_{r,j}^\circ)}{(x^\circ - x_{r,j}^\circ)^2 + (y^\circ - y_{r,j}^\circ)^2}, \frac{x^\circ - x_{r,j}^\circ}{(x^\circ - x_{r,j}^\circ)^2 + (y^\circ - y_{r,j}^\circ)^2}, 0 \right] \\ \left[\frac{\partial \boldsymbol{\theta}^\circ}{\partial \mathbf{u}^\circ} \right]_{j,:} &= \left[\frac{-(x^\circ - x_{r,j}^\circ)(z^\circ - z_{r,j}^\circ)}{(R_{r,j}^\circ)^2 \sqrt{(x^\circ - x_{r,j}^\circ)^2 + (y^\circ - y_{r,j}^\circ)^2}}, \frac{-(y^\circ - y_{r,j}^\circ)(z^\circ - z_{r,j}^\circ)}{(R_{r,j}^\circ)^2 \sqrt{(x^\circ - x_{r,j}^\circ)^2 + (y^\circ - y_{r,j}^\circ)^2}}, \right. \\ &\quad \left. \frac{\sqrt{(x^\circ - x_{r,j}^\circ)^2 + (y^\circ - y_{r,j}^\circ)^2}}{(R_{r,j}^\circ)^2} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{r}^\circ}{\partial \mathbf{u}^\circ} \right]_{(i-1)N_r + j,:} &= \frac{(\mathbf{u}^\circ - \mathbf{s}_{t,i}^\circ)^\top}{R_{t,i}^\circ} + \frac{(\mathbf{u}^\circ - \mathbf{s}_{r,j}^\circ)^\top}{R_{r,j}^\circ} \\ \left[\frac{\partial \dot{\mathbf{r}}^\circ}{\partial \mathbf{u}^\circ} \right]_{(i-1)N_r + j,:} &= \frac{(\dot{\mathbf{u}}^\circ - \dot{\mathbf{s}}_{t,i}^\circ)^\top R_{t,i}^\circ - (\mathbf{u}^\circ - \mathbf{s}_{t,i}^\circ)^\top \dot{R}_{t,i}^\circ}{(R_{t,i}^\circ)^2} + \frac{(\dot{\mathbf{u}}^\circ - \dot{\mathbf{s}}_{r,j}^\circ)^\top R_{r,j}^\circ - (\mathbf{u}^\circ - \mathbf{s}_{r,j}^\circ)^\top \dot{R}_{r,j}^\circ}{(R_{r,j}^\circ)^2} \\ \left[\frac{\partial \dot{\mathbf{r}}^\circ}{\partial \dot{\mathbf{u}}^\circ} \right]_{(i-1)N_r + j,:} &= \frac{(\mathbf{u}^\circ - \mathbf{s}_{t,i}^\circ)^\top}{R_{t,i}^\circ} + \frac{(\mathbf{u}^\circ - \mathbf{s}_{r,j}^\circ)^\top}{R_{r,j}^\circ} \end{aligned}$$

5 数值仿真

本节在仿真场景下评估算法的定位性能. 本文算法的性能与文献[17, 19, 20]中的现有算法在均方根误差(Root-Mean-Square Error, RMSE)和偏差(Bias)方面进行了比较. 为了后续表述方便, 文献[17, 19, 20]中的算法分别被简称为 mWLS-Li、mWLS-Yang 和 1WLS-Wei. 仿真次数设置为 5 000. 在每次仿真中, TD-DS-DOA 测量值通过在 TD-DS-DOA 真实值添加零均值高斯噪声产生, 其协方差矩阵可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_m &= \text{blkdiag} \left\{ \sigma_m^2 \mathbf{V}_{N_t N_r}, (0.01 \sigma_m)^2 \mathbf{V}_{N_t N_r}, \right. \\ &\quad \left. (0.1 \sigma_m)^2 \mathbf{V}_{N_r}, (0.1 \sigma_m)^2 \mathbf{V}_{N_r} \right\} \end{aligned}$$

其中, 矩阵 \mathbf{V} 对角线元素为 1, 其余元素为 0.5, σ_m 代表总体测量误差水平.

5.1 算法对近场目标定位性能评估

考虑图2所示的分布式 MIMO 雷达仿真定位场景: 假设一个分布式的 MIMO 雷达配置有 $N_t = 4$ 个发射单元和 $N_r = 5$ 个接收单元. 表1列出了发射单元和接收单元

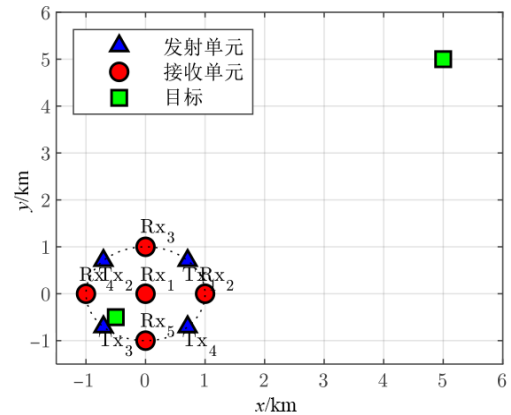


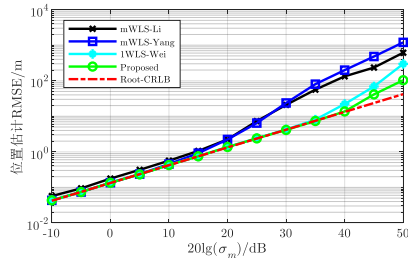
图2 分布式 MIMO 雷达仿真定位场景

的具体位置和速度参数, 其中, R 是图2中所示的发射/接收单元所在圆的半径, 这里取 1 000 m. 目标的位置坐标考虑近场和远场两种情况, 其中近场目标位于 MIMO 雷达所在区域内, 坐标为 $\mathbf{u}^\circ = [-0.5R, -0.5R, 0.5R]^\top$, 远场目标位于 MIMO 雷达区域之外, 远离该区域, 坐标为 $\mathbf{u}^\circ = [5R, 5R, 5R]^\top$. 目标速度统一

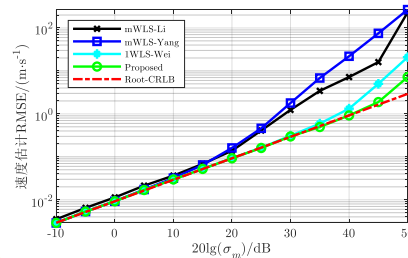
设置为 $\mathbf{u}^0 = [50, 50, -5]^T$ m/s.

表 1 发射单元和接收单元的位置和速度

Tx no. <i>i</i>	x_{t_i}/m	y_{t_i}/m	z_{t_i}/m	$\dot{x}_{t_i}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$\dot{y}_{t_i}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$\dot{z}_{t_i}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
1	$R \cos(45^\circ)$	$R \sin(45^\circ)$	300	10	10	10
2	$R \cos(135^\circ)$	$R \sin(135^\circ)$	250	20	0	0
3	$R \cos(225^\circ)$	$R \sin(225^\circ)$	400	10	100	10
4	$R \cos(315^\circ)$	$R \sin(315^\circ)$	100	20	15	10
Rx no. <i>j</i>	x_{r_j}/m	y_{r_j}/m	z_{r_j}/m	$\dot{x}_{r_j}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$\dot{y}_{r_j}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$\dot{z}_{r_j}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
1	0	0	100	30	-20	20
2	$R \cos(0^\circ)$	$R \sin(0^\circ)$	200	-30	10	20
3	$R \cos(90^\circ)$	$R \sin(90^\circ)$	350	10	-20	10
4	$R \cos(180^\circ)$	$R \sin(180^\circ)$	250	10	20	30
5	$R \cos(270^\circ)$	$R \sin(270^\circ)$	400	-20	10	10



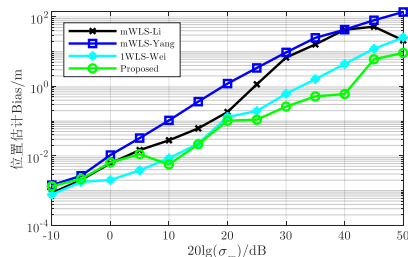
(a) 位置估计



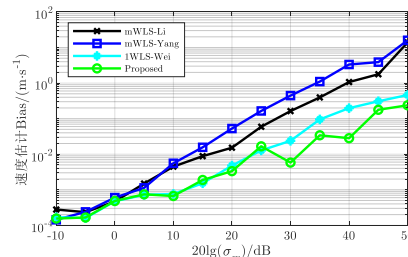
(b) 速度估计

图 3 近场目标定位均方根误差随测量误差变化情况

图 4 显示了在不同测量误差条件下算法对近场目标位置和速度估计的偏差. 总体上,随着测量误差的增加,几种算法的估计偏差都逐渐增大. 与几种现有算法相比,本文算法总体上偏差最小,特别是在测



(a) 位置估计



(b) 速度估计

图 4 近场目标定位偏差随测量误差变化情况

图 5 显示了当测量误差水平设置为 30 dB 时,不同算法对近场目标位置和速度估计误差的经验累积密度函数(Empirical Cumulative Density Function, ECDF). 在这种情况下,本文算法和 1WLS-Wei 算法在目标位置和速度估计误差方面的性能几乎相当. mWLS-Yang 算法的均方根误差和偏差性能较差的原因,在于该算法在

对于近场目标,目标位置和速度估计的 RMSE 如图 3 所示. 总体上, mWLS-Li 算法在全部的测量误差范围内均达不到 CRLB,这是由于其分组处理的前提是不同组的测量误差互相独立,而本文仿真条件中设定了不同分组的测量误差存在相关性,此时 mWLS-Li 算法不能得到全局最优解. 在测量误差增长到 15 dB 之前, mWLS-Yang 算法对目标位置和速度的估计能够达到 CRLB,而在测量误差超过 15 dB 之后,会迅速增大并高于 CRLB,这可能是由于步间误差传递引起的. 1WLS-Wei 算法与本文算法在测量误差小于 40 dB 时,定位误差均能达到 CRLB,但是当测量误差达到 45 dB 时, 1WLS-Wei 算法的对目标位置和速度的估计误差明显偏离了 CRLB,而本文算法在这种程度的测量误差条件下,对目标位置和速度的估计误差依然接近 CRLB.

量误差水平处于 20~50 dB 范围内时,本文算法的偏差优势最为明显,而这一程度的测量误差在实际中较为普遍,说明本文算法在实际中的定位偏差性能优势.

当前测量误差水平下的估计结果存在许多误差很大的离群值.

5.2 算法对远场目标定位性能评估

对于远场目标,图 6 给出了目标位置和速度估计的 RMSE. 相比于近场目标,在相同的测量误差条件下,几种算法的定位误差以及 CRLB 均明显增大,并且几种算

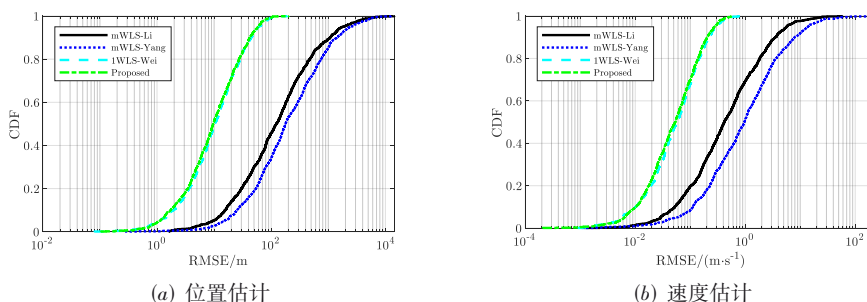


图5 近场目标累计密度函数误差随测量误差变化情况

法偏离 CRLB 的门限更低. 但是同时, 几种算法定位性能仍然存在显著差异: 在测量误差变化范围内, mWLS-Li 算法整体上均无法达到 CRLB; 当测量误差水平达到 15 dB 时, mWLS-Yang 算法的估计误差偏离了 CRLB; 当测量误差大于 35 dB 时, 本文算法和 1WLS-Wei 算法的估计误差开始高于 CRLB, 然而相比之下, 本文算法偏离 CRLB 的程度更低. 上述比较说明了本文算法在远场目标条件下, 仍然表现出了优于现有算法的定位性能. 需要指出的是, 在测量误差大于 45 dB 时, 1WLS-Wei 算法的定位误差和偏差开始大于 mWLS-Li 算法和 mWLS-Yang 算法; 从估计误差曲线的斜率上看, 随着测

量误差的进一步加大, 本文算法的定位误差在趋势上似乎可能超过几种对比算法. 这种异常现象的原始可能是因为是在测量误差非常大的情况下, 本文算法及对比算法忽略的二阶及以上误差项将导致线性最小二乘定位模型逐渐丢失无偏性, 从而给出有偏估计. 而对于有偏估计, 算法的估计误差性能可能出现不稳定的异常变化, 算法误差曲线的斜率也不会像低测量误差情况下那样保持稳定, 因此并不能根据估计误差曲线的斜率来判断测量误差进一步增大情况下算法的定位性能. 此外, 在这种有偏情况下, 算法的定位误差已经非常大, 其定位结果基本失去参考性.

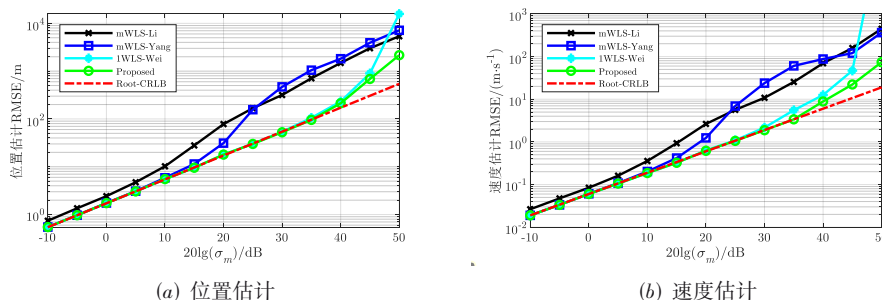


图6 远场目标定位均方根误差随测量误差变化情况

图7显示了对算法对远场目标位置和速度估计的偏差. 与近场目标相比, 图7中同样的测量误差引起的偏差更大. 这是由于本文算法以及对比算法均基于加权最小二乘优化, 而这种优化方法本质上是一种渐进无偏估计方法, 当目标和 MIMO 雷达之间的距离太远或测量误差太大, 就会出现偏差. 但是在几种算法中, 本文算法基本上仍然给出了最低的目标位置和速度估计偏差, 特别是在测量误差较大时, 本文算法的偏差性能优势最为显著.

图8显示了测量误差为 30 dB 时, 估计误差的经验累积密度函数. 可以看到, 与近场目标相比, 在远场条件下, 几种算法的 CDF 曲线离散程度更高, 说明远场条件下几种算法的定位性能均有所下降, 但是相比之下本文算法仍然取得了比其他三种算法更优越的性能.

5.3 GDOP 分析

5.1 节和 5.2 节只分析了一种发射/接收单元几何配置下算法的定位性能. 为了进一步探索不同的发射/接收单元几何配置对算法定位精度的影响, 引入目标定位的几何精度因子 (Geometric Dilution Of Precision, GDOP) 进行分析. GDOP 图可以显示 MIMO 雷达特定几何配置可实现的定位精度, 其中色条值代表归一化的定位误差, 较低的值表示该几何配置提供了更高的定位精度.

图9显示了测量误差水平为 30 dB 时, 目标高度为 $z=0.5R$ 和 $z=5R$ 时, 对称和非对称几何配置分布式 MIMO 雷达对目标定位的 GDOP 等值线图. 可以发现, 对于距离分布式 MIMO 雷达所在的中心覆盖区域较远的目标, 定位的准确性会下降, 这与 5.1 节和 5.2 节中算法对

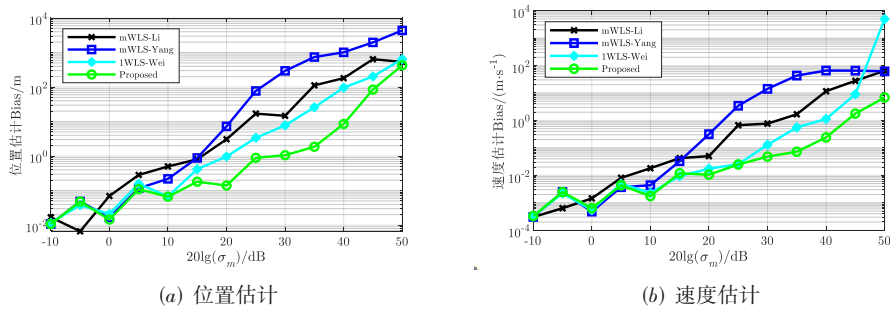


图 7 远场目标定位偏差随测量误差变化情况

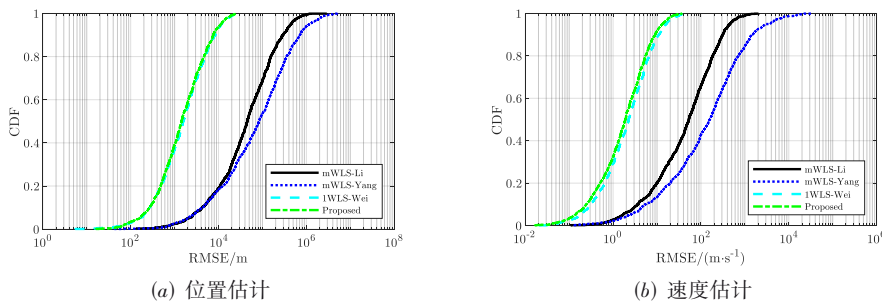


图 8 远场目标累积密度函数误差随测量误差变化情况

近场目标和远场目标定位性能比较结论是一致的. 并且, 在接收单元所在位置, 目标定位精度最高. 对比图9(a)和图9(b)中的等值线表明, 目标高度较高时, 目标离中心区

域远近对目标定位精度的影响较小. 对比图9(a)和图9(c)中的等值线表明, 相比于非对称几何配置的MIMO雷达, 对称几何配置的MIMO雷达具有更好的定位性能.

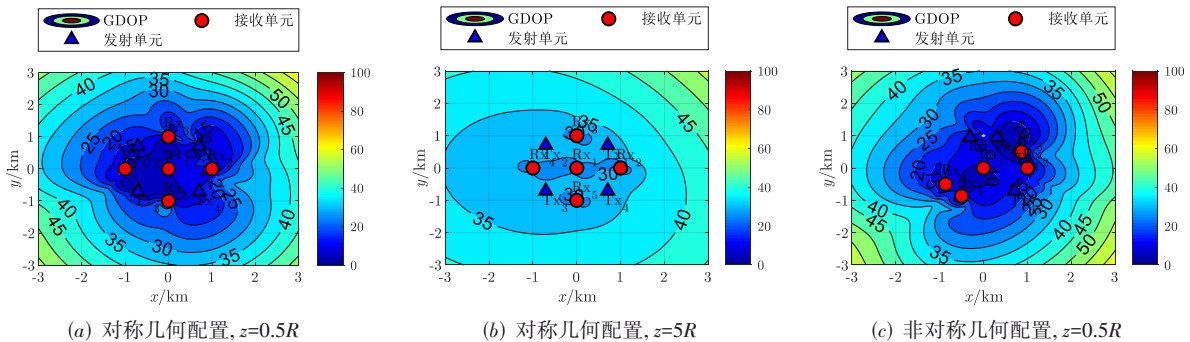


图 9 不同几何配置的GDOP图

5.4 角度误差对目标定位性能影响评估

为了分析角度测量误差对算法定位性能的影响, 在仿真中将TD-DS-AOA测量误差的协方差矩阵 Qm = blkdiag{100VN,Nt, VN,Nt, σaVNt, σaVNt}, 其中矩阵V对角线元素为1, 其余元素为0.5, σa代表角度测量误差水平. 目标的位置坐标为 u° = [2R, -2R, 2R]T, 速度为 u° = [50, 50, -5] m/s. 不同的角度测量误差水平σa下, 算法对目标的定位均方根误差和偏差分别如图10和图11所示.

图10和图11分别显示了不同的角度测量误差条件下算法对目标定位的均方根误差和偏差. 从CRLB

曲线的变化可以看出, 在理论性能方面, 相比于TD-DS测量误差, 角度测量误差主要影响目标位置的估计性能, 对目标速度的估计性能影响较小. 并且, 在角度测量误差较小时, 角度测量误差的减小将显著提升目标位置估计精度, 而在角度测量误差较大时, 角度测量误差的变化对目标位置的估计性能影响并不显著, 这是因为在角度测量误差较小时, 其作为TD-DS-AOA中最精确的测量量, 将通过加权矩阵在目标定位过程中占据主导地位, 反之在角度测量误差较大时, TD-DS作为更精确的测量量, 将在目标定位过程中发挥主导作用.

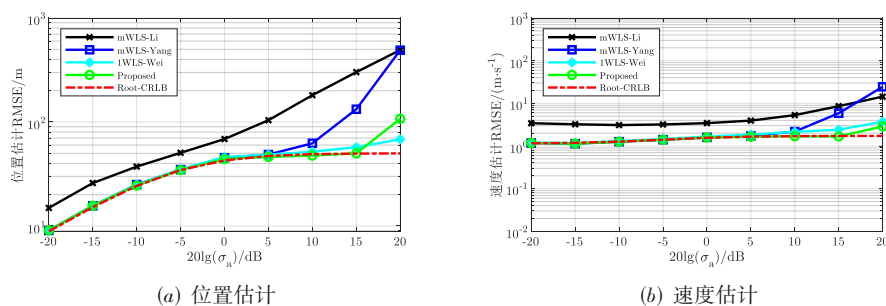


图 10 目标定位均方根误差随角度测量误差变化情况

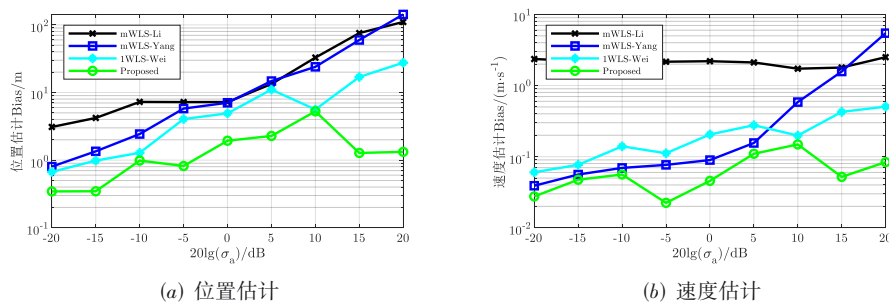


图 11 目标定位偏差误差随角度测量误差变化情况

此外,比较本文算法与其余几种算法的均方根误差和偏差,可以看出,本文算法在不同的角度测量误差下,均给出了逼近 CRLB 精度的目标位置和速度均方根误差,并且目标位置和速度的估计偏差总体上也优于其余几种算法。

5.5 算法收敛性分析

最后,统计了不同迭代次数下,优化模型的目标函数值,以分析算法的收敛性。为了验证本文算法在测量误差较大条件下的收敛性,在仿真中将 TD-DS-AOA 测量误差的协方差矩阵设置为 $\mathbf{Q}_m = \text{blkdiag}\{100\mathbf{V}_{N,N}, \mathbf{V}_{N,N}, 10\mathbf{V}_{N_t}, 10\mathbf{V}_{N_t}\}$ 。目标的位置坐标为 $\mathbf{u}^0 = [2R, -2R, 2R]^T$, 速度为 $\mathbf{u}^0 = [50, 50, -5]^T$ m/s。在上述条件下,利用本文算法进行 50 次仿真条件,并记录每次算法迭代时优化模型目标函数值的变化,结果如图 12 所示。

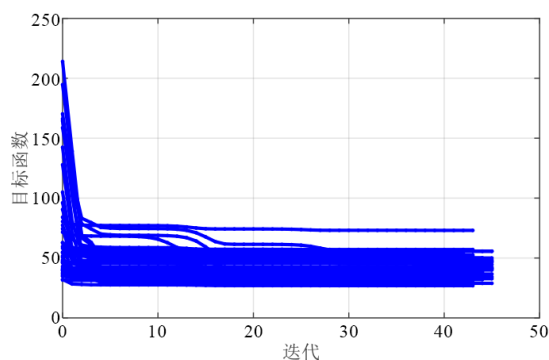


图 12 不同迭代次数下优化模型的目标函数值

图 12 给出了本文算法不同迭代次数下优化模型目标函数值的变化,从该图可以看出,在多次仿真中,本文算法均可以令目标函数值迅速且单调地减小,并且全部收敛至了全局最优解。具体来说,算法基本可在 5 次迭代后使目标函数值迅速降低至较小值,然后缓慢减小,并最终在 50 次内收敛至全局极小值,说明本文算法即使在较大的测量误差条件下仍然具有良好的收敛性。

6 结论

本文提出了一种在分布式 MIMO 雷达系统中利用 TD、DS 和 AOA 测量的目标位置和速度估计算法。该算法的基础是将定位问题表述为一个受约束的最大似然估计问题,通过定义辅助变量和半正定松弛处理,将定位问题进一步转化为一个凸的半正定规划问题,保证了估计结果的全局收敛性,有效解决了测量误差较大时定位误差出现偏离克拉美罗界阈值效应的难题。仿真结果表明,与现有算法相比,本文算法的定位误差逼近克拉美罗下界,在大测量误差水平下的定位精度优于现有算法。

参考文献

- [1] DONTAMSETTI S G, KUMAR R V R. A distributed MIMO radar with joint optimal transmit and receive signal combining[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(1): 623-635.

- [2] YUAN Y, YI W, HOSEINNEZHAD R, et al. Robust power allocation for resource-aware multi-target tracking with colocated MIMO radars[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 69: 443-458.
- [3] LU J X, LIU F F, SUN J Y, et al. Joint estimation of target parameters and system deviations in MIMO radar with widely separated antennas on moving platforms[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(5): 3015-3028.
- [4] NOROOZI A, ALI SEBT M. Target localization in multi-static passive radar using SVD approach for eliminating the nuisance parameters[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53(4): 1660-1671.
- [5] AMIRI R, BEHNIA F, ZAMANI H. Asymptotically efficient target localization from bistatic range measurements in distributed MIMO radars[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(3): 299-303.
- [6] AMIRI R, BEHNIA F, SADR M A M. Exact solution for elliptic localization in distributed MIMO radar systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(2): 1075-1086.
- [7] PANWAR K, BABU P, STOICA P. Maximum likelihood algorithm for time-delay based multistatic target localization[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2022, 29: 847-851.
- [8] NOROOZI A, ALI SEBT M. Algebraic solution for three-dimensional TDOA/AOA localisation in multiple-input-multiple-output passive radar[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2018, 12(1): 21-29.
- [9] AMIRI R, BEHNIA F, ZAMANI H. Efficient 3-D positioning using time-delay and AOA measurements in MIMO radar systems[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(12): 2614-2617.
- [10] KAZEMI S A R, AMIRI R, BEHNIA F. Efficient convex solution for 3-D localization in MIMO radars using delay and angle measurements[J]. *IEEE Communications Letters*, 2019, 23(12): 2219-2223.
- [11] ZHU L X, WEN G J, SONG H B, et al. Robust moving target localization in distributed MIMO radars via iterative Lagrange programming neural network[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 20(21): 13007-13017.
- [12] NOROOZI A, AMIRI R, NAYEBI M M, et al. Efficient closed-form solution for moving target localization in MIMO radars with minimum number of antennas[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 2545-2557.
- [13] ZHANG F R, SUN Y M, ZOU J F, et al. Closed-form localization method for moving target in passive multistatic radar network[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 20(2): 980-990.
- [14] SONG H B, WEN G J, ZHU L X. An approximately efficient estimator for moving target localization in distributed MIMO radar systems in presence of sensor location errors[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 20(2): 931-938.
- [15] KAZEMI S A R, AMIRI R, BEHNIA F. An approximate ML estimator for moving target localization in distributed MIMO radars[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2020, 27: 1595-1599.
- [16] 赵勇胜, 赵拥军, 赵闯, 等. 一种新的分布式MIMO雷达系统运动目标定位代数解算法[J]. *电子与信息学报*, 2018, 40(3): 548-556.
- ZHAO Y S, ZHAO Y J, ZHAO C, et al. New algebraic algorithm for moving target localization in distributed MIMO radar systems[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(3): 548-556. (in Chinese)
- [17] LI W C, TANG Q, HUANG C F, et al. Location algorithms for moving target in non-coherent distributed multiple-input multiple-output radar systems[J]. *IET Signal Processing*, 2017, 11(5): 503-514.
- [18] CHAN Y T, HO K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(8): 1905-1915.
- [19] YANG L, YANG L, HO K C. Moving target localization in multistatic sonar using time delays, Doppler shifts and arrival angles[C]//2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Piscataway: IEEE, 2017: 3399-3403.
- [20] WEI Y F, LI W C, TANG Q, et al. A closed-form location algorithm without auxiliary variables for moving target in noncoherent multiple-input and multiple-output radar system[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 69496-69508.
- [21] ALAMDARI E, BEHNIA F, AMIRI R. Conical localization from angle measurements: An approximate convex solution[J]. *IEEE Sensors Letters*, 2022, 6(5): 7001404.
- [22] SIDIROPOULOS N D, LUO Z Q. A semidefinite relaxation approach to MIMO detection for high-order QAM constellations[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2006, 13(9): 525-528.
- [23] SIDIROPOULOS N D, DAVIDSON T N, LUO Z Q. Transmit beamforming for physical-layer multicasting[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(6): 2239-2251.
- [24] BOYD S. CVX: Matlab software for disciplined convex programming[EB/OL]. (2020-01)[2022-09-01]. <http://>

cvxr.com/cvx.

- [25] HENRION D, LASSERRE J B. GloptiPoly: Global optimization over polynomials with Matlab and SeDuMi[C]// Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway: IEEE, 2003: 747-752.

作者简介



杨 静 女, 1985年12月出生出生于河南省方城县. 现为中国人民解放军战略支援部队信息工程大学博士研究生. 研究方向为无源雷达信号处理.

E-mail: yangjing1028@126.com



刘成城 男, 1986年7月出生出生于江苏省东台市. 现为中国人民解放军战略支援部队信息工程大学数据与目标工程学院副教授. 研究方向为雷达信号处理.

E-mail: luckylcc079@126.com



黄 洁 女, 1973年9月出生出生于河南省郑州市. 现为中国人民解放军战略支援部队信息工程大学数据与目标工程学院教授. 研究方向为目标信息获取与处理.

E-mail: huangjie0922@126.com



李 霞 1986年3月出生出生于四川省资阳市. 现为中国人民解放军78090部队工程师. 研究方向为计算机网络安全.

E-mail: 331941684@qq.com